一、填充題：60%(請將答案寫在試卷第一頁之上半頁，不要列出計算過程；記得在答案前面標註該小格的編號)

(A) 已知 $\dfrac{b+c-a}{x}=\dfrac{c+a-b}{y}=\dfrac{a+b-c}{z}$，則 $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=$ __(1)__ 。

(B) 對於任意正實數 x，$(\log_9 x)^2+\log_{81}x+a>0$，則 a 的範圍為 __(2)__ 。

(C) 若實係數方程式 $x^2+a(a+1)x+a-1=0$ 與 $x^2+(a-1)x+a(a+1)=0$ 恰有一共同實根，$a=$ __(3)__ ，該共同實根為 __(4)__ 。

(D) 長方形 $ABCD$ 之二鄰邊長分別為 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=3$，在對角線 $\overline{AC}$ 的延長線上取一點 E 使 $\overline{AC}=\overline{CE}$，則 $\overline{BE}=$ __(5)__ 。

(E) 設 A,B,C,D,E,F,G,H 依序為單位圓上的八等分點，則 $\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}\cdot\overline{AE}\cdot\overline{AF}\cdot\overline{AG}\cdot\overline{AH}=$ __(6)__ ，ΔAFC 的面積 $=$ __(7)__ 。

(F) $(1+x+x^2+x^3+x^4)^n$ $(n\geq 4)$ 的展開式中 x^4 的係數為 __(8)__ 。

(G) 設 O,A 為平面上的二定點，P 與 Q 是同一平面上的二點滿足 $\overrightarrow{OQ}=3\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OP}=0$，若 $\overline{OQ}$ 交 $\overline{AP}$ 於 R，$\overline{PR}:\overline{RA}=$ __(9)__ 。

(H) 設 $A(a,0),B(-a,0)$ 為平面上的二點，c 為一正實數，若 P 是平面上的點滿足 $|\overrightarrow{PA}||\overrightarrow{PB}|+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=2c$，點 P 的軌跡方程式為 __(10)__ 。

以下為計算與證明：(將計算過程寫在試卷上)

二、證明：對任意正實數 $x_1,x_2,\ldots,x_n$，

$$1<\frac{x_1}{x_1+x_2}+\frac{x_2}{x_2+x_3}+\cdots+\frac{x_{n-1}}{x_{n-1}+x_n}+\frac{x_n}{x_n+x_1}<n-1$$

(10%)

三、設 P 為 ΔABC 的一邊 $\overline{AB}$ 上的點，通過 P 點與 $\overline{BC}$ 平行的直線 ℓ 交另一邊 $\overline{AC}$ 於 Q，R 是 A 關於直線 ℓ 的對稱點，若 ΔABC 的面積為 1，ΔPQR 與 ΔABC 的重疊區域之最大面積為何？ (15%)

四、設一骰子連續投擲 n 次出現的點數依序為 $X_1,X_2,\ldots,X_n$，令 $Y_n=X_1+X_2+\cdots+X_n$，試求 Y_n 為 7 的倍數之機率 P_n 。 (15%)